

De la création à l'oeuvre mathématique de l'enfant

L'enfant peut-il créer en mathématiques ?

Que représente l'oeuvre mathématique dans une classe, à l'école ?

Une réflexion de Rémi Jacquet, responsable du secteur

« Mathématiques » de l'ICEM

Quand j'ai eu connaissance du thème du présent dossier du *Nouvel Éducateur*, je me suis dit que c'était un sujet qui collait bien à ce qui se joue dans la méthode naturelle de mathématiques. Au départ, plein d'idées arrivaient, qui me permettaient de penser que dans cette problématique les mathématiques n'ont rien à envier aux domaines artistique ou littéraire. La création ? De plus en plus d'entre nous abordent les mathématiques par les créations. Ça me fait penser aux éclairs d'intuition qui ponctuent les séances, qui font jubiler nos élèves. L'oeuvre ? On l'associe souvent mentalement au chef-d'oeuvre, mais aussi l'oeuvre implique un auteur, ce qui nous ramène au concept d'enfant-auteur. Je pressentais un enjeu dans cette entrée : montrer que, par la création, on atteint plus facilement l'oeuvre, voire le chef-d'oeuvre, que par l'apprentissage soumis.

Et puis, à la réflexion, ce n'est pas si simple. Qu'est-ce que nous appelons création ? N'est-il pas présomptueux de parler de création en mathématiques pour des enfants ? Qu'est-ce qu'une oeuvre ? Peut-on parler d'oeuvre pour le travail d'un enfant ? A-t-on jamais parlé de l'oeuvre mathématique d'un enfant ? Et si cela est, comment l'enfant bascule-t-il à un moment de la création à l'oeuvre ?

Me voilà au début d'une aventure hasardeuse dans le décor improba

ble et flou d'un monde où des enfants construiraient avec enthousiasme une oeuvre mathématique, et ce à partir de leurs propres inventions ! Des élèves, dites-vous ? Et donc à l'école, en plus ? Est-ce bien raisonnable ?

4) LA CRÉATION EN MATHÉMATIQUES, UNE HISTOIRE...

Que peut être une création en mathématiques ? J'ai d'abord consulté le dictionnaire : « *Créer* : du latin *creare* faire pousser, faire grandir, produire, puis : faire naître. *Créateur* : auteur d'une chose nouvelle. *Création* : d'abord création divine, puis action de créer, oeuvre créée. *Action d'établir une chose pour la première fois.* » Cela dit, voyons ce que créent les mathématiciens.

Les mathématiques se sont d'abord imposées par l'action : l'être humain qui, le premier, a saisi intuitivement que s'il posait un caillou chaque fois qu'une nouvelle brebis passe, il y aurait dans son tas autant de cailloux qu'il possède de brebis, celui-là a créé un précédent. Un précédent qui mène à plus-moins-autant, un premier pas vers l'abstraction de la quantité, le nombre, la mesure. L'idée de cette correspondance terme à terme n'a pas germé *ex nihilo*. Elle est sans doute issue du troc. Dans la suite, elle a permis une symbolisation progressive, jusqu'à l'écriture des quantités. De nombreux tâtonnements ont été nécessai

res pour que l'humanité adapte cette écriture à ses besoins : codage de collections importantes, calculs... Les mathématiques sont un empilement de créations souvent nées d'intuitions, de bricolages efficaces.

Ce sont, plus tard, les nécessités du calcul qui ont amené à créer les variables. L'apparition de lettres pour désigner l'inconnue dans l'arithmétique de Diophante d'Alexandrie (3e siècle) n'institue pas l'algèbre, mais en pose les prémisses. Diophante avait aussi inventé un signe pour la soustraction. L'idée n'a pas été reprise avant le 9^e siècle et c'est au 16^e siècle que s'imposent les signes « - » et « + », en algèbre.

À partir des Grecs, les mathématiques s'extraient des besoins utilitaires pour devenir une science. Pour faire court : les mathématiciens définissent des axiomes de base sur lesquels tout va se construire. À partir de ces objets purs, ils ont des intuitions : ils formulent des conjectures. Ils essaient de les prouver et pour cela créent des démonstrations. Les démonstrations validées fondent des théorèmes.

Dans l'histoire de l'humanité, on a parfois opposé ces deux façons de faire des mathématiques. À notre époque, les mathématiques du réel et les mathématiques pures sont en synergie constante et de nombreux théorèmes naissent chaque jour et viennent au secours des sciences et techniques.

... PRÉSENTE DANS LES CLASSES AUJOURD'HUI

Les enfants sont-ils capables de créations mathématiques ? Dans les classes Freinet, les enfants sont mis en présence du réel (calcul vivant, mathématiques vivantes). Ils l'analysent en se forgeant leurs propres outils mathématiques : tri, comparaison, évaluation, dénombrement, mesures, etc. Les enfants produisent aussi des objets plus abstraits autour desquels ils échangent (ceux que dans la démarche nous appelons « créations mathématiques »). Des traces d'origine, ils dégagent des formes dont ils distinguent des spécificités. Là aussi ils comparent, trient, dénombrement, mesurent. Ils nomment leurs objets, en définissent les propriétés. Ils agissent sur eux (sur elles), les font varier, les transforment. Ils repèrent des relations, créent des fonctions, inventent des signes pour leurs besoins, etc.

8 Toutes ces idées que les enfants vont se construire en décryptant le réel, en résolvant leurs problèmes concrets, autour des figures ou en manipulant les nombres, toutes ces idées ont déjà été découvertes par l'humanité, et souvent depuis longtemps. L'enfant est-il auteur d'une chose nouvelle ? Oui, car elle est nouvelle pour lui, nouvelle pour sa classe. L'humanité a longtemps constitué une mosaïque de civilisations séparées, qui ont par exemple construit indépendamment leur système de numération. Il ne viendrait à personne l'idée de dire que ce sont les seuls Sumériens les inventeurs, et que les Aztèques ont copié. Le microcosme de la classe constitue lui aussi un petit monde ignorant tout des découvertes antérieures. Dans les classes traditionnelles, on informe les élèves sur un système préétabli et on les entraîne à son usage. Dans la classe Freinet, les enfants créent leur propre système. et l'enseignant

établir des liens entre leurs découvertes et les mathématiques instituées, entre les concepts trouvés et les mots du lexique mathématique en usage.

Par exemple, dans la classe de Monique Quertier, les CP, après avoir tiré les conséquences de $A = 1$, $B = 2$ etc., suggèrent que la valeur des lettres puisse varier. Ils n'ont jamais entendu parler d'algèbre, encore moins de Diophante. Alors, création ?

Dans la classe Freinet, la création mathématique est donc surtout la création d'une idée nouvelle (pour l'enfant, pour le groupe), sur un objet, sur un ensemble d'objets.

FAIRE OEUVRE MATHÉMATIQUE...

Oui, mais : « de la création à l'oeuvre » ? Que les élèves créent des idées, soit, mais de là à fonder une oeuvre mathématique ? Je me suis replongé dans le dictionnaire :

« *Œuvre* : vient du latin *opus*, pluriel : *opera*. C'est le travail, l'ouvrage, le produit concret du travail : travail des champs, ouvrages militaires, écrits d'un auteur, activité productive... Sens actuel en français : objet créé par l'activité, le travail de quelqu'un. L'action, les opérations qui aboutissent à cet objet. Ensemble de la production d'un écrivain, d'un artiste. Résultat d'un travail, d'une action. Composition, production littéraire ou artistique. »

Sens commun, sens noble... Une oeuvre mathématique n'est ni littéraire, ni artistique. Parfois des artistes se servent des mathématiques pour la construction de leur oeuvre plastique ou musicale, mais l'objet final, l'oeuvre, la production, est artistique. La finalité de l'action de l'artiste n'est pas mathématique.

Certes, lorsque la recherche d'un mathématicien aboutit à un objet régulier, sans exception, quand une idée valable pour un objet s'étend, se généralise à un ensemble, le

mathématicien peut ressentir un plaisir d'ordre esthétique. Mais la finalité de son action et l'objet obtenu sont bien mathématiques.

L'oeuvre d'un mathématicien, c'est un objet créé par lui, par son action, c'est aussi un ensemble de productions. L'oeuvre d'Euclide (« Les éléments »), de Pythagore, de Fibonacci (« Liber abaci »), de Pascal, de Galois... Voyez par exemple l'index des oeuvres citées dans le dictionnaire de Stella Baruk. On pourrait donc parler d'oeuvre mathématique d'un enfant ou de sa classe à condition qu'il y ait production. Mais que produit un enfant, un groupe, une classe, qui soit mathématique ?

Dans une classe en calcul vivant, on utilise des mathématiques. On puise dans les procédures connues afin de résoudre le problème rencontré : tracé d'un damier, partage entre enfants, pesée pour la cuisine, etc. On réinvestit ses connaissances, mais l'oeuvre, s'il en est une, ne sera pas mathématique. Elle peut être esthétique, culinaire, pratique, scientifique, mais il n'y aura de construction mathématique que si au-delà de l'enjeu pratique les enfants s'intéressent aux nombres, aux transformations, expriment des similitudes, mettent au point des outils d'analyse, trouvent des constantes, etc. Il n'y aura de mathématiques que si au-delà du calcul vivant on va vers les mathématiques vivantes.

Dans les classes qui travaillent en recherche, les enfants choisissent les créations ou les situations de mathématiques vivantes qui les ont intéressés. Ils poursuivent pendant plusieurs séances une des pistes possibles qui leur semblent intéressantes. Leur persévérance conduit souvent à la généralisation d'une notion ou d'une technique de résolution. En fin de recherche, les enfants présentent leur oeuvre à la classe : questionnement, tâtonnement expérimental,

conclusion... La classe questionne, valide ou conteste, suggère d'autres pistes... Tous contribuent ainsi personnellement à la culture mathématique commune de la classe.

Dans d'autres classes, on consacre un temps particulier à approfondir les pistes des créations qui suscitent le plus d'intérêt. La recherche est collective. Le questionnement (ce qui est en jeu) est précisé, des recherches diverses sont lancées, leurs résultats comparés, des conséquences tirées, contribuant à la culture mathématique commune de la classe, qui a fait là oeuvre collective.

Dans d'autres classes encore, l'apprentissage des mathématiques se fait uniquement pendant les séances de création. L'oeuvre d'un enfant, c'est d'abord l'expression d'une similitude, d'une différence. Du

moins de l'hypothèse d'une similitude. Très rapidement, au bout de quelques séances, on voit des enfants proposer des créations répondant à celles de leurs camarades. D'autres enfants poursuivent une même idée pendant un certain nombre de créations. Leur quête, qu'elle relève du collectif ou de préoccupations personnelles, constitue au fil des séances une oeuvre mathématique.

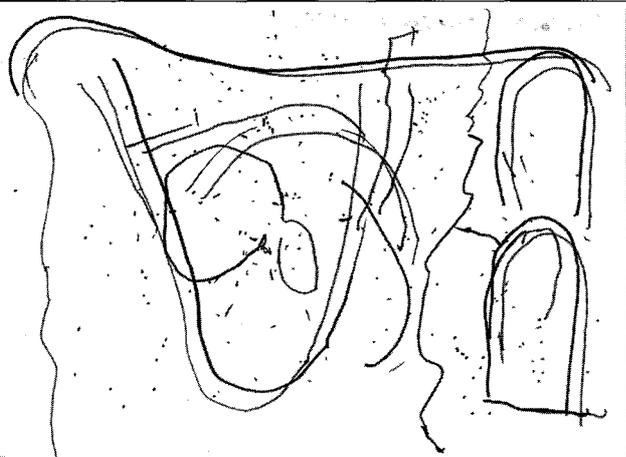
Dans la classe de CE1 de Joëlle Martin, l'an dernier, des enfants se sont intéressés aux chemins, puis aux labyrinthes. De temps en temps, dans sa création, un enfant proposait une amélioration. Le départ, l'arrivée, les croisements, les chemins équivalents et les fausses pistes ont été explorés. Au fil de l'année, les contributions diverses ont

amené un jour à la création de Théo (voir l'encadré « Les Labyrinthes »).

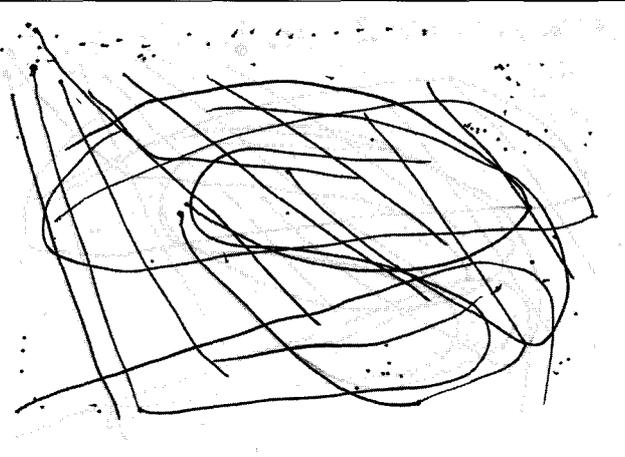
C'est un travail qui prend son temps, qui suit l'évolution de la pensée, qui tire les conséquences de l'expérience, des contrexemples rencontrés, qui tient compte de la vitesse d'assimilation des savoirs, qui réinvestit ses savoirs neufs, une oeuvre de longue haleine.

Le travail en méthode naturelle d'apprentissage des mathématiques est une méthode individuelle collective : chacun progresse à partir de ses représentations et de ses propositions qui sont soumises à l'épreuve des faits et à la sagacité du groupe, dans une dialectique dont la mise en oeuvre est coordonnée par le maître. L'oeuvre mathématique de chacun se structure et s'accroît en contribuant à la culture mathéma-

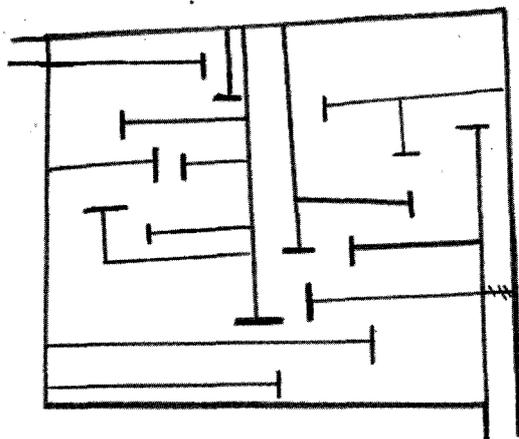
LES LABYRINTHES



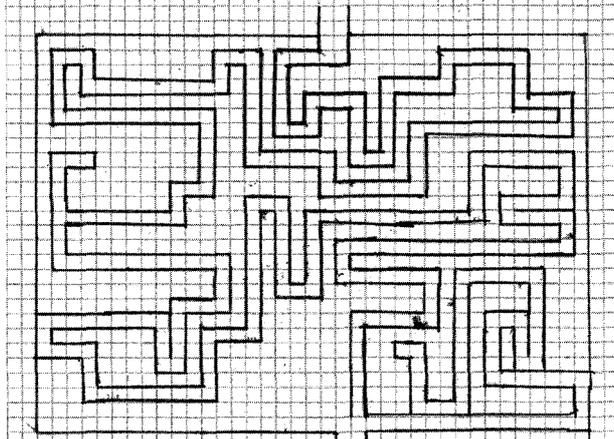
Manon, le 10 septembre 2010



Quentin, le 11 septembre 2010



Florian, le 7 mars 2011



Théo, le 8 avril 2011

tique de la classe.

... TOUT UN PROGRAMME!

Dans certaines classes, le cahier de mathématiques, construit et remanié au fil des séances par l'expression de ce que les enfants ont trouvé, créé, compris, pourrait constituer en fin d'année l'oeuvre mathématique de la classe. Une mise côte à côte de ces cahiers pourrait bien faire apparaître qu'il existe un « programme naturel » que suivent spontanément les enfants dans un groupe classe. Hélas, la pression institutionnelle et surtout le manque de temps sont tels que n'y paraissent le plus souvent que les acquis inscrits dans le programme. Rien que le programme. Certains enseignants qui avaient négligé cette pression ont eu des rappels à l'ordre. Rien que le programme... mais tout le programme ?

Dans l'enseignement traditionnel, l'enseignant a coutume (et mission) de « faire le programme ». Donc, on fait le programme. L'enseignant en tout cas. Les élèves, que leur reste-t-il de toutes ces leçons ?

« Ils ne peuvent pourtant pas tout redécouvrir ! » s'exclament souvent ces enseignants, drapés de bon sens, pour justifier leurs leçons. En effet, au rythme de l'humanité, il faudrait au moins trente-mille ans à un enfant, à un groupe d'enfants, laissé à lui-même, pour se former à l'arithmétique de base. Mais, dit Jaques Nimier¹, « on n'apprend les mathématiques que si l'on se fait ses propres mathématiques ». C'est notre méthode naturelle d'apprentissage qui met en synergie le désir, les besoins, la curiosité de l'enfant avec les potentiels d'un groupe sagace, mais accueillant, et qui ouvre la classe sur un monde où les mathématiques sont présentes culturellement et s'imposent quotidiennement². C'est notre pédagogie qui, parce que les enfants deviennent

auteurs de leurs savoirs, accélère sans les ignorer les sauts cognitifs que l'humanité a effectués. « On ne comprend bien que ce qu'on connaît déjà à moitié » dit encore J. Nimier. Les enfants n'ont pas la lourde tâche de construire un système de numération, mais leur cheminement personnel, au sein du groupe, leur permet d'établir plus facilement des passerelles, en le comprenant, avec le système que l'humanité s'est patiemment construit.

Parler d'oeuvre mathématique d'un enfant est impensable dans l'enseignement traditionnel. Il n'a de sens que dans une classe où l'enfant peut proposer des idées, les suivre, les mettre à l'épreuve des faits. Il construit alors pierre à pierre un savoir solide, articulé à

réel et à la culture mathématique, à laquelle il contribue.

Rémi Jacquet

Secteur mathématiques de l'ICEM

1 Jacques Nimier, mathématicien et psychanalyste, auteur entre autres de l'ouvrage : Les modes de relation aux mathématiques, Éditions Méridiens Klincksieck, 1988.

2 Quand Romain, en CP, invente les nombres négatifs, c'est parce que la situation le nécessite, mais aussi parce que son groupe classe est accueillant, que la maîtresse est à l'écoute, que la culture mathématique de la classe et la sienne propre ont avancé dans le concept de nombre, mais aussi parce que Romain connaît un immeuble dont l'ascenseur possède les boutons -1 et -2 nécessaires pour descendre dans les parkings.

Quand j'étais tout seul

Quand j'étais tout seul,
j'étais triste et énervé
et quand je t'ai rencontrée
je suis allé dans l'école
pour te parler
mais tu t'es sauvée
et je me suis mis à pleurer.
Je suis rentré chez moi
et j'ai tout cassé puis je
suis sorti pour me calmer.
Dans la nuit noire, je suis
allé dans un square
et... je t'ai revue.

Marouan (CE2)

La chaleur

La chaleur me donne toujours
une envie de me baigner.
Nous achèterons des dattes,
le soleil fait transpirer.
Je sens les roses du jardin,
le sable de la plage
nous brute les pieds
et je cours dans l'eau.

Fatima (CE1)

L'arbre et le corbeau

L'arbre avait perdu
ses feuilles
Il était nu et triste.
Le corbeau
avec son grand bec
lui apporta des plumes
et les posa
sur ses branches.
L'arbre devint un oiseau

Umit-Can (CE2)

Si j'étais...

Si j'étais un oiseau
je volerais à toute allure
pour venir te voir
mais vu que je suis une petite fille
je cours pour venir te rejoindre.
Je suis toute essoufflée
et je te vois au loin
puis je viens vers toi
et nous rentrons à la maison.

Even Lie (CE2)